

**Eixo Temático: Estratégia e Internacionalização de Empresas**

**O MODELO DE PRECIFICAÇÃO DE ARBITRAGEM NO CONTEXTO DOS  
FUNDOS DE INVESTIMENTO BRASILEIROS**

**THE ARBITRAGE PRICING MODEL IN THE BRAZILIAN MUTUAL FUND  
CONTEXT**

Bruno Milani e Paulo Sérgio Ceretta

**RESUMO**

O objetivo deste estudo é precificar o retorno dos fundos de investimento brasileiros com base na aplicação da *Arbitrage Pricing Theory*, também conhecido como modelo APT, oriundo dos estudos de Ross (1976). Primeiramente, apresentou-se o modelo original proposto por Ross (1976), além dos fatores definidos posteriormente por Chen, Roll e Ross (1986). Em seguida, foram exploradas as adaptações realizadas para a aplicação do modelo no contexto brasileiro. Utilizando dados de frequência mensal, que abrangem o período de abril de 2001 a fevereiro de 2009, o estudo abordou fundos de investimento de gestão ativa e passiva cujos *benchmarks* são o Ibovespa e o IBrX, além de segregar todas as análise em quartis, para ajustar-se a possíveis discrepâncias em decorrência das diferenças de tamanho entre os fundos. Os resultados evidenciam que o retorno dos fundos é precificado pelos fatores do modelo APT, tornando este um complemento importante do tradicional modelo CAPM.

**Palavras-chave:** Precificação, Fundos de Investimento, Modelo APT.

**ABSTRACT**

The aim of this study is to price Brazilian mutual funds return based on the Arbitrage Pricing Theory (APT) model, derived from the studies of Ross (1976). Firstly, we presented the original model proposed by Ross (1976) and the factors defined later by Chen, Roll and Ross (1986). Then, we explored the adaptations made to enable the model application in the Brazilian context. Using monthly data of the period from April 2001 to February 2009, this study focused on actively and passively managed mutual funds, whose benchmarks are the IBovespa and the IBrX, segregating all analysis in quartiles to adjust for the possible discrepancies due to size differences between the funds. The results show that the mutual funds return is priced by the factors of the APT model, making this an important complement to the traditional CAPM.

**Keywords:** Pricing, Mutual Funds, APT Model.

## Introdução

Um fundo de Investimento, de acordo com Oliveira e Pacheco (2010) pode ser considerado uma concentração de recursos na forma de um condomínio, aberto ou fechado, que objetiva o investimento em títulos e valores mobiliários ou qualquer ativo disponível no mercado financeiro

Entre os modelos que buscaram explicar a performance dos fundos de investimento está o de Markowitz (1952), pioneiro teorizador da relação entre risco e retorno. Depois, Lintner (1965), Treynor (1965), Sharpe (1966) e Jensen (1967) desenvolveram, individualmente, índices e medidas de desempenho que culminariam no atualmente chamado modelo CAPM, o mais conhecido e utilizado modelo de precificação de ativos. O modelo CAPM postula que o excesso de retorno dos fundos de investimento é determinado pelo excesso de retorno do mercado, sendo que quanto maior for a co-variância entre um e outro, maior será o retorno dos fundos. O retorno que se mantiver constante e não for explicado pelo coeficiente de co-variância, de acordo com o CAPM, advém da habilidade ou inabilidade do gestor.

Há uma gama de estudos que testam a validade do CAPM, bem como criticam e sugerem complementações que visam incrementar a qualidade do modelo. Contudo, a maioria das variantes do modelo CAPM não levam em consideração o efeito de variáveis macroeconômicas sobre o retorno dos fundos, mas apenas tomam o *benchmark* como representante do mercado e agregam variáveis originadas no próprio *benchmark* ou em características internas das carteiras ou fundos de investimento. Dessa forma, o impacto de variáveis exógenas não é avaliado.

Este artigo propõe-se a precificar o retorno dos fundos de investimento brasileiros com base na aplicação da *Arbitrage Pricing Theory*, também conhecido como modelo APT, oriundo dos estudos de Ross (1976). A *Arbitrage Pricing Theory*, ou Modelo de Precificação por Arbitragem, representa a única vertente teórica que ocupou-se da mensuração do efeito macroeconômico sobre a performance de fundos de investimento.

## 1 Referencial Teórico

A Teoria de Precificação por Arbitragem ou *Arbitrage Pricing Theory* (APT) foi proposta por Ross (1976) como alternativa ao *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). O CAPM baseia-se em uma rígida premissa de relação linear entre risco e retorno, sendo o coeficiente Beta a medida de risco. O Modelo APT visa flexibilizar estas premissas, permitindo que variáveis macroeconômicas sejam inseridas no modelo para colaborar com a explicação do retorno dos ativos.

Segundo Christopherson, Cariño e Ferson (2009), a arbitragem existe quando é possível construir um portfólio de investimento zero que garanta lucro certo, comprando um ativo em um mercado e vendendo-o em outro mercado por um preço mais alto, sem incorrer em risco algum. Em tal mercado, onde todos os investidores são capazes de formar tal portfólio, existe a oportunidade de arbitragem. Contudo, os preços das ações devem cair até que o mercado entre em equilíbrio, de modo que em certo ponto não haja mais oportunidades de arbitragem. Então, o retorno dependerá apenas das oscilações macroeconômicas e o coeficiente linear do modelo será a representação da taxa livre de risco mais o prêmio pelo risco dos fatores.

Lencione (2005) explica que o CAPM baseia-se no argumento da dominância, que sustenta que os investidores preferirão carteiras com menor risco, para iguais retornos, bem como carteiras com maior retorno, para menores riscos. Neste argumento, quando as relações de equilíbrio são violadas, os investidores farão mudanças em suas carteiras, gerando grande volume de compra e venda, até que o mercado atinja novamente o equilíbrio. Contudo, o argumento do APT é mais forte, pois a ação de um só investidor que deseje aproveitar as oportunidades de arbitragem não requer as posições limitadas individuais do argumento anterior.

Segundo a argumentação presente em Brealey e Myers (2003),

Uma carteira diversificada que seja construída para não ter sensibilidade aos fatores macroeconômicos será, por essência, livre de risco, devendo oferecer retorno similar ao do ativo livre de risco. Caso oferecesse um retorno superior, os investidores poderiam obter retornos sem risco por meio de empréstimos de recursos à taxa livre de risco e aplicando tais recursos na carteira. Por outro lado, caso a carteira oferecesse um retorno inferior ao do ativo livre de risco, os investidores poderiam obter lucros sem risco, assumindo posições vendidas na carteira e compradas no ativo livre de risco. Estas posições são conhecidas como posições de arbitragem (BREALEY e MYERS (2003).

Em suma, o APT admite a possibilidade de recompensa pelo risco não-sistemático. O relaxamento das premissas básicas do CAPM é criticado, mas Oliveira Filho (2008) encaram as diferenças entre o APT e o CAPM como um *trade-off* entre simplicidade e precisão.

O modelo pioneiro proposto por Ross (1976) pressupõe que o retorno de um ativo é explicado pelo seu retorno esperado mais um valor atribuível aos eventos econômicos, somados ao risco específico da empresa, o que pode ser ilustrado genericamente pela Equação [01].

$$R_i = E(R_i) + \beta_i F_i + \varepsilon_i. \quad [01]$$

Na equação [01],  $R_i$  é o retorno do ativo ou portfólio  $i$ ;  $E(R_i)$  é o retorno esperado do ativo ou portfólio  $i$ ;  $\beta_i$  é a sensibilidade da empresa ao macro-fator  $F_i$ ;  $F_i$  é a variação inesperada do macro-fator  $i$ ;  $\varepsilon_i$  é o risco específico da empresa.

O risco específico de cada empresa é minimizável através de diversificação. Para entender a expectativa de retorno ( $E(R_i)$ ) do modelo APT, a Equação [02] é de fundamental importância, como segue.

$$E(R_i) \cong R_f + \beta_i \lambda_i. \quad [02]$$

Na equação [02],  $E(R_i)$  é o retorno esperado do ativo  $i$ ;  $R_f$  é a taxa livre de risco  $f$ ;  $\beta_i$  é a sensibilidade em relação ao fator  $i$ ;  $\lambda_i$  é o prêmio pelo risco assumido pela exposição ao fator  $F_i$ .

Assim, pode-se dizer que o retorno esperado de um ativo é o retorno do ativo livre de risco mais prêmio pelo risco que cada empresa assume ao se expor ao fator macroeconômico  $F_i$ . Percebe-se que  $E(R_i)$  não deixa de ser o coeficiente linear apresentado pela regressão. Então, entende-se que o coeficiente linear da equação é a soma do ativo livre de risco com o retorno proporcionado pelo ativo como resposta ao impacto dos fatores macroeconômicos  $\lambda_i$ . Deve ser destacado que  $\lambda_i$  pode ser negativo.

Apesar de Ross (1976) ter definido o modelo APT, não foram especificadas quais variáveis macroeconômicas devem ser consideradas em tal modelo. Este problema só veio a ser resolvido em Chen, Roll e Ross (1986), os quais sustentam o argumento de que o preço das ações responde a forças externas ao mercado financeiro, pois, aparentemente, todas as forças econômicas estão relacionadas e podem afetar umas às outras. Na verdade, apenas desastres naturais são verdadeiramente exógenos ao mercado. Contudo, com os recursos hoje disponíveis não é possível modelar tais desastres. O risco específico de cada ativo é eliminado com a diversificação, mas o risco sistemático está associado ao comportamento de variáveis macroeconômicas. Em seu estudo, quatro fatores macroeconômicos principais são utilizados

como variáveis explicativas: A produção industrial, a inflação inesperada, o prêmio pelo risco e a estrutura a termo.

O fator produção industrial é formado pela diferença entre o logaritmo da produção industrial no período e o logaritmo da produção industrial no período anterior. Ainda no estudo de Chen, Roll e Ross (1986), a inflação inesperada é definida pela Equação [03].

$$InIn_t = IPC_t - E(I_t). \quad [03]$$

Na equação [03],  $InIn_t$  é a inflação inesperada do período  $t$ ;  $IPC_t$  é a primeira diferença do índice preços ao consumidor no período  $t$ ;  $E(I_t)$  é a inflação esperada para o período  $t$ . Para viabilizar o entendimento da inflação esperada, é preciso definir a seguinte relação, expressa pela Equação [04].

$$TB_{t-1} = E[RHO_t] + E(I_t). \quad [04]$$

Na Equação [04],  $TB_{t-1}$  é o retorno real *ex post* do *Treasury Bill* dos Estados Unidos no período  $t-1$ ;  $E[RHO_t]$  é a taxa de juros real *ex post* no período  $t$ ;  $E(I_t)$  é a expectativa de inflação no período  $t$ ;

Chen, Roll e Ross (1986) ainda definem outra variável que pode servir para representar o fator inflação, pois contém informação não abrangida pelas equações anteriores. A formação da variável é demonstrada pela Equação [05].

$$DI_t = E(I_t) - E(I_{t-1}). \quad [05]$$

Na Equação [05],  $DI_t$  representa a mudança na inflação esperada;  $E(I_t)$  é a inflação esperada para o período  $t$ ;  $E(I_{t-1})$  é a inflação esperada no período  $t-1$ . Outro fator definido por Chen, Roll e Ross (1986) é o Prêmio pelo Risco, modelado conforme a Equação [06].

$$PR_t = BUBPR_t - GB_t. \quad [06]$$

Na Equação [06],  $PR_t$  é o prêmio pelo risco no período  $t$ ;  $BUBPR_t$  é o chamado *Baa and under bond portfolio return*, que pode ser entendido como a taxa de juros dos *corporate bonds*, no período  $t$ ;  $GB_t$  é o retorno de um portfólio de *government bonds* de longo prazo, no período  $t$ .

O quarto principal fator apontado por Chen, Roll e Ross (1986) é a estrutura a termo, expressa pela Equação [07].

$$EaT_t = GB_t - TB_{t-1}. \quad [07]$$

Na Equação [07],  $EaT_t$  representa o comportamento da estrutura a termo, no período  $t$ ;  $GB_t$  é o retorno de um portfólio de *government bonds* de longo prazo, no período  $t$ ;  $TB_{t-1}$  é taxa real de retorno *ex post* do *Treasury Bill* no período  $t$ ;

Em seu modelo, Chen, Roll e Ross (1986) também incluíram a variação do consumo e a variação do preço do petróleo. Contudo, estas variáveis não foram consideradas significativas ao grau de significância de 5%, ao contrário dos primeiros quatro fatores

apresentados. Para representar o mercado, foi utilizado o NYSE *index*, índice que representa as ações da *New York Stock Exchange*. Resumidamente, seus resultados apontam que o retorno das ações pode ser explicado pela Equação [08].

$$R_t = \alpha + \beta_1 R_M + \beta_2 Pr od_t + \beta_3 DI_t + \beta_4 Inin_t + \beta_5 PR_t + \beta_6 EaT_t + \varepsilon_t. \quad [08]$$

Na Equação [08],  $R_M$  representa o retorno do mercado  $M$ ;  $Pr od_t$  representa a variação da produção industrial no período  $t$ ;  $DI_t$  representa a mudança na inflação esperada;  $Inin_t$  é a inflação inesperada do período  $t$ ;  $PR_t$  é o prêmio pelo risco no período  $t$ ;  $EaT_t$  representa o comportamento da estrutura a termo;

Sem dúvida, Chen, Roll e Ross (1986) fizeram a principal e mais famosa contribuição para definição de quais seriam as variáveis explicativas do modelo APT. Em outra abordagem, Burmeister, Roll e Ross (1992) agregaram o fator risco de mercado como variável independente no modelo APT. Contudo, a escolha das variáveis a serem inseridas no modelo fica, em grande parte, sujeita às intenções do pesquisador, pois é comum serem escolhidas livremente.

## 2 A aplicação do APT no contexto brasileiro

Levando em conta as diversas diferenças entre o mercado financeiro estadunidense e o brasileiro, Leal (2004) ilustra como é possível aplicar o APT no mercado brasileiro, segundo a implementação de variáveis já conhecidas. Quanto ao fator produção, Leal (2004) utiliza a variação da produção industrial brasileira medida pelo IBGE.

O fator inflação inesperada pode ser entendido, conforme Schor, Bonomo e Pereira (2002) e Garcia e Bonomo (2001) como a diferença entre o retorno do CDB pré-fixado e o retorno do CDI *overnight*. Schor, Bonomo e Pereira (2002) argumentam que o CDB é um título pré-fixado que incorpora à taxa real de juros a expectativa de inflação ao longo do mês, ao passo que o CDI expressa a taxa nominal de juros efetiva.

O fator prêmio pelo risco é discutido por Schor, Bonomo e Pereira (2002) como Risco de Crédito. Há uma séria dificuldade no cálculo deste fator para o mercado brasileiro, pois as empresas do país não costumam se financiar através de debêntures (equivalentes nacionais aos *Corporate Bonds* dos Estados Unidos). Assim, os autores definiram que o prêmio pelo risco de investir em uma empresa privada pode ser entendido como a diferença entre a taxa média para empréstimos de capital de giro das empresas, apurada pelo Banco Central, e a taxa acumulada de juros no mercado interbancário (CDI *overnight*).

A estrutura a termo foi calculada por Schor, Bonomo e Pereira (2002) como a diferença entre a taxa de juros do mercado interbancário (CDI) e a inflação esperada. Leal (2004) utilizam o IGP-DI como referência para a inflação observada.

A carteira de mercado foi inserida no modelo por Schor, Bonomo e Pereira (2002) a exemplo de Wei (1988), sob a argumentação de que adicionando-a aos fatores macroeconômicos, a omissão de algum fator não invalida o APT. Mas caso todos os fatores macroeconômicos fossem omitidos, o modelo APT se reduziria ao CAPM. Ou seja, o CAPM pode ser visto como um caso especial do APT. O portfólio de mercado capta o efeito de variáveis que não podem ser observadas, como variáveis políticas e sentimento de mercado. Rogers e Ribeiro (2004) argumentam que um fator interessante para ser agregado ao modelo CAPM é o risco-país, aproximando o modelo ao CAPM.

Szklo (2007) utilizou o APT, entre outros modelos, no estudo dos fundos de investimento multimercado brasileiros, com uma amostra de retornos mensais de janeiro de 2002 a fevereiro de 2007. Vários fatores são utilizados, como índices de ações brasileiros, estadunidenses, de países emergentes, risco soberano, vários índices sobre retornos de opções

e os três fatores de Fama e French (1993). Apenas três foram significativos: retorno de opções *call out-of-money*, retorno de opções *put out-of-money* e o índice de renda fixa geral. Deve-se destacar que o retorno de opções não é um fator macroeconômico e que o modelo APT teve ajuste inferior em relação a outros quatro modelos estudados (Composto, Equity Hedge, Macro e Trading).

Fracasso (2009) aplica o modelo APT ao contexto brasileiro, tomando como amostra as rentabilidades das ações listadas na Bovespa, no período de janeiro de 1998 a dezembro de 2008. Com base em Kude (1998) utiliza como fatores os índices Dow Jones, Nikkei, Libor (taxa básica de juros inglesa), CDI overnight, ouro, índice geral de produção e taxa de juros dos títulos de longo prazo da dívida pública estadunidense. Seu resultado evidenciou que coeficiente linear do modelo foi muito superior aos índices Ibovespa e IBrX.

As discrepâncias existentes entre o contexto brasileiro e estadunidense demonstram que o modelo pioneiro proposto por Ross (1976), posteriormente aprofundado por Chen, Roll e Ross (1986) é de difícil aplicação no contexto nacional e, portanto, será necessário realizar adaptações baseadas nos estudos de Garcia e Bonomo (2001) e Schor, Bonomo e Pereira (2002). Dessa forma, o modelo APT adaptado ao contexto brasileiro será construído agregando quatro variáveis ao modelo CAPM: variação da produção industrial no período (*Prod*), inflação inesperada (*Inin*), prêmio pelo risco (*PR*) e estrutura a termo (*EaT*).

A variação da produção industrial foi calculada como a primeira diferença da produção industrial medida em pontos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), disponível no *site* do Banco Central do Brasil. A inflação inesperada, conforme Schor, Bonomo e Pereira (2002), foi definida pela Equação [09].

$$InIn_t = CDBpré_t - CDI_t. \quad [09]$$

Em [09],  $InIn_t$  representa a inflação inesperada no período  $t$ ;  $CDBpré_t$  representa a taxa de retorno do CDB pré-fixado no período  $t$ ;  $CDI_t$  representa a taxa de juros do certificado de depósito interbancário (CDI) diário, no período  $t$ .

O prêmio pelo risco também foi calculado a exemplo de Schor, Bonomo e Pereira (2002), que discutem-no como risco de crédito, que no contexto brasileiro pode ser entendido como a diferença entre a taxa média de empréstimos de capital de giro para empresas e o CDI. A formação desse fator pode ser explicada pela Equação [10].

$$PR_t = TMECGE_t - CDI_t. \quad [10]$$

Em [10],  $PR_t$  representa o prêmio pelo risco no período  $t$ ;  $TMECGE_t$  representa a taxa média de empréstimos de capital de giro para empresas, no período  $t$ ;  $CDI_t$  representa a taxa de juros do CDI diário, no período  $t$ .

O quarto fator do modelo APT é a estrutura a termo, que, de maneira análoga a Schor, Bonomo e Pereira (2002), pode ser entendida como a diferença entre a taxa de juros do mercado interbancário e a inflação observada, como explícito pela equação [11].

$$EaT_t = CDI_t - IGPM_t. \quad [11]$$

Em [11],  $EaT_t$  é a estrutura a termo, no período  $t$ ;  $CDI_t$  é a taxa de juros do certificado de depósito interbancário, no período  $t$ ;  $IGPM_t$  é o índice geral de preços médio no período  $t$ , medida de inflação calculada pela Fundação Getúlio Vargas.

Além dos quatro fatores mencionados acima, será inserida no modelo a carteira de mercado, a exemplo de Wei (1988). Ou seja, foi inserido o excesso de retorno de cada

*benchmark* como variável independente no modelo. Assim, a equação que representa o modelo APT, da maneira como foi efetivamente aplicado neste estudo, pode ser representada pela Equação [12].

$$(R_i - R_f)_{i,t} = \alpha_{i,t} + \beta_1(R_M - R_f)_{i,t} + \beta_2 PROD_{i,t} + \beta_3 InIn_{i,t} + \beta_4 PR_{i,t} + \beta_5 EaT_{i,t} + \varepsilon_{i,t}. \quad [12]$$

Em [12],  $(R_i - R_f)_{i,t}$  é o excesso de retorno dos fundos  $i$  no período  $t$ ;  $\alpha_{i,t}$  é o coeficiente linear do fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\beta_1$  é o coeficiente da variável  $(R_M - R_f)_{i,t}$ , calculado pela regressão, para o fundo  $i$  no período  $t$ ;  $(R_M - R_f)_{i,t}$  é o excesso de retorno do mercado, correspondente ao fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\beta_2$  é o coeficiente da variável  $PROD_{i,t}$ ;  $PROD_{i,t}$  é a variação da produção industrial brasileira correspondente ao fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\beta_3$  é o coeficiente da variável  $InIn_{i,t}$ ;  $InIn_{i,t}$  é a inflação inesperada correspondente para o fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\beta_4$  é o coeficiente da variável  $PR_{i,t}$ ;  $PR_{i,t}$  é o prêmio pelo risco, correspondente ao fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\beta_5$  é o coeficiente da variável  $EaT_{i,t}$ ;  $EaT_{i,t}$  é a estrutura a termo correspondente ao fundo  $i$  no período  $t$ ;  $\varepsilon_{i,t}$  é o erro da regressão do fundo  $i$  no período  $t$ .

### 3 Método e Dados

O objetivo deste estudo é precificar o retorno dos fundos de investimento brasileiros com base na aplicação da *Arbitrage Pricing Theory*, também conhecido como modelo APT, oriundo dos estudos de Ross (1976).

Para tanto, foram obtidos dados de retornos de fundos de investimento, os quais foram cedidos pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA). Os dados utilizados são de frequência mensal e abrangem o período de abril de 2001 a fevereiro de 2009. As séries de retornos dos *benchmarks* foram obtidas junto à BM&FBOVESPA. O CDI foi considerado o ativo livre de risco e sua série foi obtida junto ao *site* do Banco Central do Brasil.

Também foi necessária a obtenção de dados referentes a variáveis macroeconômicas brasileiras para satisfazer a Equação [12], definida na seção 2. São elas: o índice geral de preços médio (IGPM-M), a taxa de juros de longo prazo, taxas de juros médios do CDB pré-fixado e a variação do valor de bens produzidos. Embora tais dados sejam coletados por diferentes instituições, todos foram obtidos junto ao *site* do Banco Central do Brasil.

Os *benchmarks* que serviram como *Proxy* de mercado são o IBOVESPA e o IBrX, configurando diferentes categorias de fundos. Contudo, os fundos ainda foram segregados por tipo de gestão (ativa ou passiva). Dessa forma, quatro sub-amostras foram formadas: fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o Ibovespa; fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o Ibovespa; fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o IBrX; fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o IBrX. Para simplificar a redação, estas sub-amostras serão chamadas simplesmente de Ibovespa Ativos, Ibovespa Passivos, IBrX Ativos, IBrX Passivos, respectivamente.

Os retornos de fundos de investimento foram extraídos do software SI-Anbid 4.2, formando, a princípio, um painel com 675 fundos e 24278 observações. Porém, os dados necessários para a formação das variáveis macroeconômicas e o retorno dos *benchmarks* são séries históricas. Para viabilizar a análise, foi necessário agrupar o painel de retornos de fundos com as séries históricas de retornos de *benchmarks* e variáveis macroeconômicas. Assim, em cada série de retorno de fundos de investimento que compunham o painel foram agregadas as demais séries

históricas, tomando como critério de agregação observações com a mesma data. O *software* utilizado para tal procedimento e para as análises foi o Stata 10.0.

Há certos problemas em relação à sobrevivência e ao surgimento de novos fundos. A base de dados contém um contingente grande de fundos que não estavam presentes no início do período de estudo, bem como existem muitos fundos que encerraram suas atividades em meio ao período. Se todos os fundos fossem utilizados, a análise seria prejudicada devido ao desbalanceamento, ou seja, devido à comparação de fundos com períodos de existência distintos. Seria inadequado comparar a rentabilidade de fundos que podem nem ter existido ao mesmo tempo. Por exemplo, um fundo pode ter encerrado antes do final de 2007, enquanto outro pode ter iniciado em 2008. Acerca deste problema, Brooks (2008, p.490) distingue painéis balanceados de painéis desbalanceados, argumentando que um painel balanceado possui o mesmo número de observações temporais para cada seção-cruzada, enquanto um painel desbalanceado pode ter diferentes números de observações temporais para cada seção-cruzada.

Para resolver este problema, foi necessário excluir todos os fundos que não estavam ativos no primeiro dia do período estudado, ou seja, excluir todos os fundos que iniciaram suas atividades em meio ao período estudado. Ainda com o objetivo de qualificar a amostra, foram excluídos todos os fundos que não apresentavam pelo menos a metade das observações de uma amostra completa. Em resumo, a amostra é formada por fundos que estavam ativos desde o início do período em questão e que permaneceram ativos por pelo menos metade deste período. A Tabela 01 apresenta de forma resumida as transformações sofridas por cada sub-amostra:

Tabela 01 – Transformações na base de dados mensal de Fundos de Investimento

Sub-amostra	Planilha Original		Presentes no início do período		Mais de 50% das observações		% da base original	
	Fundos	Obs.	Fundos	Obs.	Fundos	Obs.	Fundos	Obs.
Ibovespa ativos	368	12734	168	7482	76	5762	20,65	45,25
Ibovespa passivos	88	3880	61	3035	27	2178	30,68	56,13
IBrX ativos	192	7041	60	3011	60	3011	31,25	42,76
IBrX Passivo	27	953	4	283	4	283	14,81	29,70
Total	675	24248	293	13811	167	11234	24,74	45,65

Fonte: dados elaborados pelos autores.

A Tabela 01 demonstra que a sub-amostra utilizada para análise reduziu fortemente o número de fundos, pois, devido à extensão do período estudado, ocorreram muitos surgimentos e extinções de fundos. Porém, o número de observações não se reduz tanto quanto o número de fundos, em função da exclusão de fundos com poucas observações. Basta ver que o número de fundos reduziu-se para 25% do original, mas o número de observações caiu para 46% do original.

Com a sub-amostra de fundos agregada às séries de retornos de *benchmarks* e ativo livre de risco, foram calculadas e criadas as variáveis que correspondem ao excesso de retorno dos fundos de investimento ( $y$ ) e as variáveis Produção Industrial (*Prod*), Inflação Inesperada (*Inin*), Prêmio pelo Risco (*PR*) e Estrutura a Termo (*EaT*). Ou seja, estas são novas variáveis criadas a partir das variáveis que foram agregadas ao painel de fundos de investimento. Após este procedimento, procedeu-se a análise dos dados.

#### 4 Resultados

A apresentação dos resultados inicia com a Tabela 2, a qual apresenta as estatísticas descritivas das variáveis macroeconômicas utilizadas no modelo estimado pela Equação [12].



Tabela 2 – Estatísticas descritivas das variáveis macroeconômicas

Variável	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
<i>Prod</i>	-0,0596	6,6500	-20,5770	16,7664
<i>Inin</i>	-0,1343	0,1038	-0,4166	0,1718
<i>Pr</i>	24,9808	4,3145	17,2200	36,9700
<i>Eat</i>	0,5197	0,9596	-3,6600	2,8500

Fonte: dados elaborados pelos autores.

Percebe-se, conforme a Tabela 2, que no período as variáveis *prod* e *inin* apresentaram médias negativas (-0,0596 e -0,1343, respectivamente), indicando retração no nível de produção nacional e na inflação inesperada. O prêmio pelo risco e a estrutura a termo apresentaram médias positivas (24,9808 e 0,5197, respectivamente), indicando que a remuneração paga ao empreendedor pela assunção de risco e a diferença entre o CDI e a inflação aumentaram no período. Destaca-se também o alto desvio-padrão e amplitude da variável *Prod*, evidenciando a instabilidade da produção industrial nacional.

A seguir serão apresentados os resultados obtidos pela aplicação do modelo APT, conforme a equação [12], descrita na seção 2. O modelo APT visa averiguar o impacto de variáveis macroeconômicas no excesso de retorno dos fundos de investimento ( $y$ ). Para estimar os coeficientes, foi utilizado o método de regressão *stepwise*, que retira, uma a uma, as variáveis não significativas, gerando novas regressões após cada variável retirada, até chegar em uma estimação em que restem apenas os coeficientes significativos. Novamente os resultados serão disponibilizados para cada quartil. Assim sendo, a Tabela 3 apresenta os coeficientes significativos gerados pela equação [12], com resultados divididos em quartis, para a sub-amostra de fundos Ibovespa ativos.

Tabela 3 – Estimação dos coeficientes da Equação [12] aplicada aos fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o Ibovespa

Quartil	Variável	Coefficiente	p-valor teste $t$	Nº de Observações	Nº de Fundos
1	$\alpha$	0,597	0,000	1764	19
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,930	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,037	0,000		
	$\beta_3 (InIn)$	1,498	0,007		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,912			
2	$\alpha$	0,824	0,000	1323	19
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,910	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,027	0,004		
	$\beta_3 (InIn)$	3,404	0,000		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	0,148	0,021		
	$R^2 overall$	0,917			
3	$\alpha$	0,655	0,000	1334	19
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,903	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,024	0,015		
	$\beta_3 (InIn)$	3,863	0,000		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	0,655	0,000		
	$R^2 overall$	0,904			
4	$\alpha$	0,685	0,000	1340	19
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,891	0,000		

$\beta_2$ ( <i>Prod</i> )	-	-	
$\beta_3$ ( <i>InIn</i> )	2,755	0,000	
$\beta_4$ ( <i>PR</i> )	-	-	
$\beta_5$ ( <i>EaT</i> )	-	-	
$R^2$ overall	0,868		

Fonte: dados da pesquisa.

A Tabela 3 mostra que as quatro regressões geraram coeficientes lineares significativos e positivos, ao grau de significância de 5%, sendo que o maior deve-se ao segundo quartil (0,824) e o menor, ao quarto quartil (0,685). O coeficiente da variável  $R_m - R_i$  é altamente significativo, sendo a peça mais importante para explicar o excesso de retorno dos fundos de investimento.

Surpreendentemente, a variação da produção industrial apresentou coeficientes significativos e negativos para o primeiro (-0,037), segundo (-0,027) e terceiro quartil (-0,024), fato que não se repete apenas no quarto quartil. Isto significa que quando a produção industrial brasileira reduz, os fundos apresentam resultados positivos. A inflação inesperada gerou coeficientes significativos e positivos para todos os quartis, dando a entender que o aumento da inflação inesperada afeta positivamente o excesso de retorno dos fundos.

Evidencia-se também que a única variável que não é significativa para quartil algum é o prêmio pelo risco (*Pr*), deixando claro que a diferença entre a taxa média de juros para empréstimos de capital de giro e o CDI não afeta diretamente o excesso de retorno dos fundos de investimento. A estrutura a termo é significativa e positiva no segundo e no terceiro quartil (com coeficientes de 0,148 e 0,655, respectivamente). A fim de verificar os resultados para os fundos Ibovespa passivos, apresenta-se a Tabela 4.

Tabela 4 – Estimação dos coeficientes da Equação [12] aplicada aos fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o Ibovespa

Quartil	Variável	Coeficiente	p-valor teste t	Nº Obs	Nº Fundos
1	$\alpha$	-0,383	0,139	570	6
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	1,002	0,000		
	$\beta_2$ ( <i>Prod</i> )	-	-		
	$\beta_3$ ( <i>InIn</i> )	2,441	0,000		
	$\beta_4$ ( <i>PR</i> )	0,035	0,001		
	$\beta_5$ ( <i>EaT</i> )	-	-		
	$R^2$ overall	0,983			
2	$\alpha$	-0,604	0,024	605	7
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	0,996	0,000		
	$\beta_2$ ( <i>Prod</i> )	-	-		
	$\beta_3$ ( <i>InIn</i> )	2,491	0,000		
	$\beta_4$ ( <i>PR</i> )	0,040	0,000		
	$\beta_5$ ( <i>EaT</i> )	-	-		
	$R^2$ overall	0,983			
3	$\alpha$	-0,497	0,205	459	7
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	1,005	0,000		
	$\beta_2$ ( <i>Prod</i> )	-	-		
	$\beta_3$ ( <i>InIn</i> )	3,295	0,000		
	$\beta_4$ ( <i>PR</i> )	0,043	0,008		
	$\beta_5$ ( <i>EaT</i> )	-	-		
	$R^2$ overall	0,974			
4	$\alpha$	0,502	0,000	459	7
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	0,977	0,000		
	$\beta_2$ ( <i>Prod</i> )	-	-		
	$\beta_3$ ( <i>InIn</i> )	2,319	0,000		

$\beta_4$ (PR)			
$\beta_5$ (EaT)			
$R^2$ overall	0,964		

Fonte: dados da pesquisa.

Conforme exposto na Tabela 4, o segundo quartil gerou coeficiente linear significativo e negativo (-0,604), ao passo que o quarto quartil gerou coeficiente significativo e positivo (0,502). É possível que a significância do coeficiente linear do quarto quartil tenha relação com o fato de ser o único quartil em que o prêmio pelo risco não foi significativo. Quanto ao coeficiente ( $R_m - R_i$ ), foi novamente muito significativo, apresentando coeficientes muito elevados em todos os quartis, até maiores do que 1.

Da mesma forma que na análise dos fundos Ibovespa ativos, o coeficiente da inflação inesperada foi significativo e positivo para todos os quartis (com coeficientes de 2,441, 2,491, 3,295 e 2,319, respectivamente). A principal diferença, em relação à análise dos fundos Ibovespa ativos, reside no fato de que o coeficiente da produção industrial não é significativo em nenhum quartil, enquanto o prêmio pelo risco é significativo para o primeiro (0,035), segundo (0,040) e terceiro (0,043) quartil. Dando sequência, a Tabela 5 apresenta os resultados para os fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o IBrX.

Tabela 5 – Estimação dos coeficientes da Equação [12] aplicada aos fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o IBrX

Quartil	Variável	Coefficiente	p-valor teste t	Nº Obs	Nº Fundos
1	$\alpha$	0,506	0,000	1261	15
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	0,989	0,000		
	$\beta_2$ (Prod)	-	-		
	$\beta_3$ (InIn)	1,583	0,002		
	$\beta_4$ (PR)	-	-		
	$\beta_5$ (EaT)	-	-		
	$R^2$ overall	0,941			
2	$\alpha$	0,112	0,272	750	15
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	0,986	0,000		
	$\beta_2$ (Prod)	-0,413	0,009		
	$\beta_3$ (InIn)	-	-		
	$\beta_4$ (PR)	-	-		
	$\beta_5$ (EaT)	-	-		
	$R^2$ overall	0,868			
3	$\alpha$	0,257	0,020	506	15
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	0,987	0,000		
	$\beta_2$ (Prod)	-0,071	0,000		
	$\beta_3$ (InIn)	2,381	0,001		
	$\beta_4$ (PR)	-	-		
	$\beta_5$ (EaT)	0,202	0,009		
	$R^2$ overall	0,940			
4	$\alpha$	0,054	0,498	493	15
	$\beta_1$ ( $R_m - R_i$ )	1,002	0,000		
	$\beta_2$ (Prod)	-0,061	0,000		
	$\beta_3$ (InIn)	-	-		
	$\beta_4$ (PR)	-	-		
	$\beta_5$ (EaT)	-	-		
	$R^2$ overall	0,939			

Fonte: dados da pesquisa.

O primeiro e o terceiro quartil apresentaram coeficientes lineares significativos e positivos, (0,112 e 0,257, respectivamente), conforme fica explícito na Tabela 5. Similarmente às análises anteriores, o coeficiente da co-variância é altamente significativo em todos os quartis, sendo a principal variável a explicar o desempenho do excesso de retorno dos fundos.

O coeficiente da variação da produção nacional foi significativo e negativo para os quartis 2 (-0,413), 3 (-0,071) e 4 (-0,061), de forma similar ao ocorrido com os fundos Ibovespa ativos. A inflação inesperada foi significativa e positiva nos quartis 1 e 3, com coeficientes de 1,583 e 2,381, respectivamente. O prêmio pelo risco não foi significativo em quartil algum. A estrutura a termo foi significativa apenas no terceiro quartil, apresentando coeficiente de 0,202. Na análise dos fundos Ibovespa ativos, a estrutura a termo foi significativa para os quartis 2 e 3, apresentando coeficiente de 0,148 e 0,655. A análise dos dados da Tabela 5 ainda guarda algumas outras semelhanças em relação à análise dos fundos Ibovespa ativos, como os coeficientes significativos e negativos da variação da produção industrial em todos os quartis, exceto no primeiro quartil de fundos IBrX ativos. Em ambas sub-amostras, o prêmio pelo risco não foi significativo. Para comparar resultados, a Tabela 6 evidencia os resultados da aplicação do Modelo APT aos fundos IBrX Passivo.

Tabela 6 – Estimação dos coeficientes da Equação [12] aplicada aos fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o IBrX

Quartil	Variável	Coeficiente	p-valor teste t	Nº Obs	Nº Fundos
1	$\alpha$	-0,082	0,407	95	1
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,974	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,037	0,016		
	$\beta_3 (InIn)$	-	-		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,982			
2	$\alpha$	0,284	0,015	95	1
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	1,005	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-	-		
	$\beta_3 (InIn)$	-	-		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,978			
3	$\alpha$	0,238	0,125	45	1
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	1,016	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-	-		
	$\beta_3 (InIn)$	-	-		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,978			
4	$\alpha$	-0,996	0,002	47	1
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,998	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-	-		
	$\beta_3 (InIn)$	-	-		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,918			

Fontes: dados da pesquisa.

Os quartis 2 e 4 da Tabela 6 apresentaram coeficientes lineares significativos, (0,284 e -0,996, respectivamente). O coeficiente  $\beta_1$  foi, mais uma vez, altamente significativo em todos os quartis.

A variação da produção industrial foi significativa apenas no primeiro quartil (apresentando coeficiente de -0,037), mostrando que há uma tendência de que tal variável seja significativa predominantemente para os fundos de gestão ativa, apresentando sempre coeficiente negativo. Inflação inesperada, prêmio pelo risco e estrutura a termo não apresentaram coeficientes significativos para nenhum quartil. É importante ressaltar que os resultados, neste caso, podem ter sido afetados pelo pequeno número de fundos presentes na amostra, pois verifica-se que há apenas um fundo para cada quartil. Com o intuito de tecer considerações acerca de um panorama geral do modelo APT aplicado aos fundos de investimento, a Tabela 7 traz os resultados para as sub-amostras completas.

Tabela 7 – Estimação dos coeficientes da Equação [12] aplicada às sub-amostras completas

Sub-amostra	Variável	Coefficiente	p-valor teste t	Nº Obs	Nº Fundos
Ibovespa Ativo	$\alpha$	0,686	0,000	5761	76
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,910	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,027	0,000		
	$\beta_3 (InIn)$	2,922	0,000		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	0,097	0,005		
	$R^2 overall$	0,901			
Ibovespa Passivo	$\alpha$	-0,285	0,107	2177	27
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,994	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,013	0,001		
	$\beta_3 (InIn)$	2,543	0,000		
	$\beta_4 (PR)$	0,030	0,000		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,977			
IBrX Ativo	$\alpha$	0,318	0,000	3010	60
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	0,989	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-0,036	0,000		
	$\beta_3 (InIn)$	1,182	0,001		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,920			
IBrX Passivo	$\alpha$	0,114	0,344	282	4
	$\beta_1 (R_m - R_i)$	1,001	0,000		
	$\beta_2 (Prod)$	-	-		
	$\beta_3 (InIn)$	1,288	0,000		
	$\beta_4 (PR)$	-	-		
	$\beta_5 (EaT)$	-	-		
	$R^2 overall$	0,966			

Fonte: dados da pesquisa.

A Tabela 7 aponta que o coeficiente linear foi significativo e positivo para os fundos Ibovespa ativos (0,686) e IBrX ativos (0,318), sendo maior para a primeira sub-amostra. O coeficiente da co-variância foi altamente significativo e positivo para todas as sub-amostras, especialmente nos casos em que o *benchmark* é o Ibovespa.

A variação da produção industrial gerou coeficientes significativos e negativos para os fundos Ibovespa ativos (-0,027), Ibovespa passivos (-0,013) e IBrX ativos (0,036), sendo que o maior coeficiente advém da terceira sub-amostra, enquanto o menor originou-se na

segunda. Embora tal fator foi significativo para a sub-amostra completa dos fundos Ibovespa passivos, mantém-se o padrão de que é menos importante para os fundos de gestão passiva do que para os fundos de gestão ativa. Além disso, é importante frisar que em todos os casos em que este coeficiente foi significativo, seu sinal foi negativo.

A variável prêmio pelo risco foi significativa apenas para os fundos Ibovespa passivos, (com coeficiente de 0,030), ao passo que a estrutura a termo foi significativa apenas para os fundos Ibovespa ativos (coeficiente de 0,097).

Analisando os resultados obtidos pela divisão em quartis, verifica-se que apenas os fundos de gestão passiva geraram coeficientes lineares negativos. Os fundos de gestão ativa apresentaram mais coeficientes lineares positivos significativos do que os de gestão passiva, especialmente nos quartis de fundos maiores. Tomando por base o resultado da análise das sub-amostras completas, conforme Tabela 7, pode-se dizer que há uma tendência de que os fundos de gestão ativa gerem mais coeficientes lineares positivos significativos do que os demais.

A variável prêmio pelo risco foi significativa, com coeficiente positivo, para o primeiro, o segundo e o terceiro quartil de fundos Ibovespa passivos, única sub-amostra capaz de gerar coeficientes significativos para esta variável. A estrutura a termo foi significativa para o segundo e o terceiro quartil de fundos Ibovespa ativos e para o terceiro quartil de fundos IBrX ativos, além de que na análise das sub-amostras completas, apenas os fundos Ibovespa ativos geraram coeficiente significativos para esta variável. A variação da produção industrial apresentou coeficiente negativo e positivo para o primeiro, segundo e terceiro quartis de fundos Ibovespa ativos e para o segundo, terceiro e quarto quartis de fundos IBrX ativos, situação que se confirma na análise das sub-amostras completas, na qual a variável só não foi significativa para os fundos IBrX passivos. Chama a atenção o fato de que em nenhum caso a variável apresentou coeficiente positivo.

A inflação inesperada é a variável que mais apresentou coeficientes significativos, como nos fundos Ibovespa ativos e passivo, onde é significativa em todos quartis; Nos fundos IBrX ativos é significativa no primeiro e no terceiro quartis. A variável também é significativa para todas as sub-amostras completas. Assim, a Seção 5 traçará as considerações finais acerca dos resultados encontrados.

## 5 Considerações Finais

Este artigo propôs-se a precificar o retorno dos fundos de investimento brasileiros com base na aplicação da *Arbitrage Pricing Theory*, também conhecido como modelo APT, oriundo dos estudos de Ross (1976). Foi apresentado o modelo original e os fatores propostos por Chen, Roll e Ross (1986), além das adaptações necessárias para a aplicação do APT no contexto brasileiro.

Primeiramente, o modelo foi aplicado à quatro sub-amostras diferentes, que segregaram os fundos entre tipos de gestão e *benchmark*. Os resultados foram, também, segregados em quartis, de acordo com o tamanho dos fundos. Por fim, o modelo foi aplicado às sub-amostras completas, sem segregação por quartis.

Entre os diversos resultados obtidos, destaca-se o fato de que o coeficiente do retorno do mercado foi inferior para os fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o Ibovespa. Também chama atenção o fato de que a produção industrial apresenta coeficiente negativo, sendo significativa para todas as sub-amostras, exceto os fundos IBrX Passivos. Ou seja, o retorno dos fundos aumenta quando a produção industrial diminui. Este resultado mantém-se na segregação em quartis, para os fundos de gestão ativa, mas não para os de gestão passiva.

O coeficiente da Inflação Inesperada é significativo em todas as sub-amostras, sendo maior para os fundos cujo *benchmark* é o Ibovespa do que para os fundos cujo *benchmark* é o IBrX. Na análise por quartis, não foi significativo para os fundos de gestão passiva cujo *benchmark*

é o IBrX e foi significativa apenas em 2 quartis dos fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o IBrX.

O Prêmio pelo Risco é significativo e positivo somente para os fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o Ibovespa, resultado mantido nos três primeiros quartis. O coeficiente da Estrutura a Termo só é significativo para os fundos de gestão ativa cujo *benchmark* é o Ibovespa, resultado que mantém-se no segundo e terceiro quartis. Na análise em quartis também foi verificado que a estrutura a termo é significativa no terceiro quartil de fundos ativos cujo *benchmark* é o IBrX. Os fundos de gestão passiva cujo *benchmark* é o IBrX são menos precificados pelos fatores do modelo APT do que os demais.

De uma maneira geral, percebe-se que os fatores do Modelo APT são precificáveis, ou seja, explicam uma parcela do retorno dos fundos de investimento brasileiros, especialmente os de gestão ativa. Logo, é preciso considerar o APT como uma complementação importante do tradicional modelo CAPM.

## 6 Referências Bibliográficas

BREALEY, R.A.; MYERS, S.C. *Principles of corporate finance*. 7. ed. New York: McGraw-Hill, 2003.

BROOKS, C. *Introductory econometrics for finance*. New York: Cambridge University Press, 2008.

BURMEISTER, E.; ROLL, R.; ROSS, S. A Practitioner's Guide to Arbitrage Pricing Theory, in Institute of Chartered Financial Analysts, *A Practitioner's Guide to Factor Models*, 1994.

CHEN, N.; ROLL, R.; ROSS, S. A. Economic Forces and the stock market. *The Journal of Business*, v. 59, n. 3, p. 383-403, 1986.

CRISTOPHERSON, J. A; CARIÑO, D. R; FERSON, W. E. *Portfolio Performance Measurement and Benchmarking*. New York: MacGraw-Hill, 2009.

FAMA, E.; FRENCH, K. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.

FRACASSO, L. M. *Validação da APT (Arbitrage Pricing Theory) na conjuntura da economia brasileira*. Porto Alegre: monografia da escola de administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.

GARCIA, R.; BONOMO, M. Test of conditional asset pricing models in the Brazilian Stock Market. *Journal of International Money and Finance*, v. 20, p.71-90, 2001.

JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period of 1945-1964. *Journal of Finance*, v. 23, n. 2, p. 389-416, 1967.

KUDE, B. *A precificação de ativos através da arbitrage pricing theory no mercado de capitais brasileiro*. Porto Alegre: dissertação de mestrado da escola de administração da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1998.

LEAL, R. P. C. Uma ilustração da implementação do APT para carteiras de ações de valor e de crescimento brasileiras. *REAd*, ed. 40, v. 10, n. 4, 2004.

LENCIONE, M. A. C. Modelos de precificação. *THESIS*, a. 1, v. 3, p. 26-50, 2005.

LINTNER, J. Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, v. 20, p. 587, 616, 1965.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7. n.1, 1952.

OLIVEIRA, G.; PACHECO, M. M. *Mercado Financeiro: Objetivo e Profissional*. – São Paulo: Editora Fundamento Educacional, 2010.

OLIVEIRA FILHO, E. C. *Desempenho de Fundos de Investimento em ações brasileiros*. São Paulo: dissertação de mestrado da escola de administração de empresas da Fundação Getúlio Vargas, 2008.

ROGERS, P.; RIBEIRO, K. C. S. Justificativa de se incorporar o índice de risco Brasil no modelo CAPM. IV CONGRESSO USP de CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, São Paulo, 2004. Anais do IV Congresso USP de Controladoria e Contabilidade. São Paulo, 2004.

ROSS, S. The Arbitrage Pricing Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, v. 13, p. 341-360, 1976.

SCHOR, A; BONOMO, M.; PEREIRA, P. Arbitrage Pricing Theory (APT) e variáveis macroeconômicas: Um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro. *Revista de Economia e Administração*, n. 1, pp. 38-63, 2002.

SHARPE, W. F. Mutual Fund Performance. *The Journal of business*, v. 39, n. 1, p.119-138, 1966.

SZKLO, R. S. *Detectando não-linearidades nos retornos dos fundos multimercados*. Rio de Janeiro: dissertação de mestrado da escola de pós-graduação em economia da Fundação Getúlio Vargas, 2007.

TREYNOR, Jack. How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, v. 43, p. 63-75, 1965.

WEI, K.C. J. An asset-pricing theory unifying the CAPM and APT. *Journal of Finance*, v. 43, n. 4, p. 881-92, 1988.